講演題目をここに

定義・定理と、指定した例の観察

氏名
所属

研究集会名・日付

この講演で見ること

ここに導入の文章を書きます。数式は $f(z) = z^2$ のように書けます。

- 数学的な対象を、数式で定める。

この講演で見ること

ここに導入の文章を書きます。数式は $f(z) = z^2$ のように書けます。

- 数学的な対象を、数式で定める。
- 図やゲームを動かし、見え方を比べる。

この講演で見ること

ここに導入の文章を書きます。数式は $f(z) = z^2$ のように書けます。

- 数学的な対象を、数式で定める。
- 図やゲームを動かし、見え方を比べる。
- 観察したことを、定義や判定条件と結び付ける。

定義と定理

$\Omega \subset \mathbb{C}$ を開集合、$u\colon \Omega \to \mathbb{R}$ を連続関数とする。

定義 (劣調和性)

任意の閉円板 $\overline{D(a,r)} \subset \Omega$、$r > 0$ について

$$u(a) \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u\bigl(a + re^{i\theta}\bigr)\, d\theta$$

が成り立つとき、u は劣調和であるという。

定義と定理

$\Omega \subset \mathbb{C}$ を開集合、$u\colon \Omega \to \mathbb{R}$ を連続関数とする。

定義 (劣調和性)

任意の閉円板 $\overline{D(a,r)} \subset \Omega$、$r > 0$ について

$$u(a) \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u\big(a + re^{i\theta}\big)\, d\theta$$

が成り立つとき、u は劣調和であるという。

定理

$u \in C^2(\Omega, \mathbb{R})$ のとき、u が劣調和であることと $\Delta u \geq 0$ が Ω 上で成り立つことは同値である。

例と証明

例

$u(x+iy) = 2x^2 - y^2$ は $\mathbb{C}$ 上の劣調和関数である。

例と証明

例

$u(x+iy) = 2x^2 - y^2$ は $\mathbb{C}$ 上の劣調和関数である。

証明.

$u_{xx} = 4$、$u_{yy} = -2$ なので、

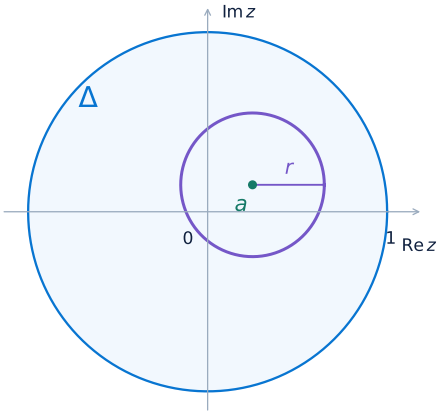
$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 2 > 0.$$

□

ただし、虚軸上では $u(iy) = -y^2$ となる。

実直線上の凸性との違いを、図でも確かめてみる。

画像を入れる



中心 a、半径 r の円。

ここに図の説明や、観察してほしい点を書きます。

図を替えても、このページの書き方は同じです。

調和関数の鞍型を観察する

指定した例を動かして観察する

例の ID: `sh / std-b03`

この固定例は、講演の HTML 版で操作できます。
問題と解答・解説を切り替えながら、同じ対象を観察します。

公開ゲームへ（固定例は講演の HTML 版で表示）

座標方向だけでは分からないこと

指定した例を動かして観察する

例の ID: `psh / A03`

この固定例は、講演の HTML 版で操作できます。
問題と解答・解説を切り替えながら、同じ対象を観察します。

公開ゲームへ（固定例は講演の HTML 版で表示）

Hartogs 図形の切断を観察する

指定した例を動かして観察する

例の ID: `ryokuinzu / n18`

この固定例は、講演の HTML 版で操作できます。
問題と解答・解説を切り替えながら、同じ対象を観察します。

公開ゲームへ（固定例は講演の HTML 版で表示）

まとめ・次の問い

ここに結論や今後の課題を書きます。箇条書きを使わず、普通の文章だけでも構いません。

問い

いま見た現象は、どの定義や判定条件と結び付くでしょうか。

参考文献や関連するウェブページも、この場所に記載できます。